



**PIKTOGRAFIA - Rozwijanie umiejętności posługiwania się językiem symbolicznym  
w edukacji z zakresu nauk matematycznych  
z zastosowaniem piktogramów Asylco**



**KAPITAŁ LUDZKI**  
NARODOWA STRATEGIA SPÓJNOŚCI



wydawnictwo  
**BODAN ORŁOWSKI**  
KONSTANCJA

**UNIA EUROPEJSKA**  
EUROPEJSKI  
FUNDUSZ SPOŁECZNY



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego

**Człowiek - najlepsza inwestycja**

## **Cel projektu:**

Dziecko ucząc się, tworzy trzy typy reprezentacji umysłowych: *enaktywne*, *ikoniczne* i *symboliczne*<sup>1</sup>, za pomocą których interpretuje zdobywane przez siebie informacje oraz efekty własnych działań, czyli poznaje świat. Nieco upraszczając, dziecko może komunikować się z otaczającym światem (z rodzicami, z nauczycielem, z rówieśnikami, z rozwiązywanym zadaniem, ...) na trzech poziomach złożoności języka:

- *enaktywnie*, czyli z pomocą gestów i działania;
- *ikonicznie*, czyli używając rysunków, które oznaczają to co przedstawiają, więc mogą być zrozumiałe bez żadnych dodatkowych umów i ustaleń;

oraz

- *symbolicznie*, czyli za pośrednictwem obrazków o umownym znaczeniu; ich zrozumienie jest możliwe dopiero wówczas, gdy komunikujące się osoby umówią się, co dokładnie one przedstawiają, jaki jest ich sens.

Dziecko, i zazwyczaj także dorosły(!), badając i poznając jakiś nowy obszar świata sięga często po wszystkie trzy typy reprezentacji i to często w takiej właśnie kolejności jak wyżej – kolejność ta oddaje naturalną złożoność tych trzech sposobów komunikowania się, tych trzech typów języka.

Na potrzebę, czy nawet konieczność takiej właśnie chronologii poznawania matematyki i jej języka, od lat zwracają uwagę także wybitni matematycy<sup>2</sup> oraz dydaktycy matematyki<sup>3</sup> – **uczeń powinien najpierw zrozumieć sens pojęcia czy operacji, dopiero potem warto wprowadzać odpowiednią nazwę czy symbol.**

W polskiej szkole uczniowie są „zapoznawani” z językiem symbolicznym od początku procesu kształcenia, a znaczna część nauczycieli kształcenia zintegrowanego jest przekonana, że jest to najważniejsze zadanie stojące przed edukacją matematyczną w klasach 1-3<sup>4</sup>. To przekonanie wzmocniają jeszcze materiały edukacyjne, w których już przy pierwszych zadaniach tekstowych rozwiązywanym przez uczniów oczekuje się wpisania w pozostawione puste miejsce odpowiedniego działania arytmetycznego. W efekcie, dziecko nie rozumiejące jeszcze języka symbolicznego, jest zmuszane do wykonania z jego pomocą bardzo trudnego zabiegu formalnego modelowania matematycznego. Rozumowania enaktywne czy ikoniczne, budujące rozumienie matematyki i jej języka, są w szkole pomijane i eliminowane jako „niematematyczne”.

Skutki takiego podejścia są zgodne z oczekiwaniami – **znaczny odsetek polskich uczniów nie rozumie języka symbolicznego matematyki i nie potrafi się nim efektywnie posługiwać**, co przekłada się na ich stosunek do całej matematyki. Potwierdzają to badania prowadzone na różnych etapach kształcenia<sup>5</sup> oraz wyniki części matematycznych sprawdzianu w klasie 6 czy egzaminu gimnazjalnego.

Umyka nam to, jak ogromnie trudny do zrozumienia dla uczniów jest symboliczny język matematyki, jak dużej staranności i uwagi wymaga zapoznanie z nim uczniów – i to niezależnie od ich wieku! Zwracała na to uwagę wielokrotnie Zofia Krygowska, ostrzegając przed groźbą zdegenerowanego formalizmu<sup>6</sup>, polegającego na bezmyślnym operowaniu symbolami, bez wnikania w ich sens i cel ich użycia. **Zdegenerowany formalizm w chwili**

<sup>1</sup> por. J. Bruner, *Poza dostarczone informacje*. Warszawa, PWN, 1978.

<sup>2</sup> por. np. Rene Thom, *Matematyka „nowoczesna” pomyłka pedagogiczna i filozoficzna?* Wiadomości Matematyczne, XVIII, 1974.

<sup>3</sup> por. np. H. Freudenthal, *Mathematics as an Educational Task*. Reidel, Dordrecht, 1973.

<sup>4</sup> por. M. Dąbrowski (red.), *Trzecioklasista i jego nauczyciel. Raport z badań ilościowych 2008*. CKE, Warszawa 2009.

<sup>5</sup> por. np. PISA, *Wyniki badania 2006 w Polsce*. MEN; M. Dąbrowski (red.), *op.cit.*

<sup>6</sup> por. np. Z. Krygowska, *Zarys dydaktyki matematyki*, tom 2, s. 105, WSiP, Warszawa 1977.

obecnej staje się udziałem znacznej części uczniów już od I etapu kształcenia<sup>7</sup>, a upowszechnia się jeszcze bardziej, gdy na lekcjach matematyki zaczyna pojawiać się język algebry.

Język symboliczny jest nie tylko skutecznym narzędziem do komunikowania się w różnych sytuacjach, ale jest również potężnym narzędziem ułatwiającym rozwiązywanie problemów, w tym także dotyczących życia codziennego. **Język symboliczny jest narzędziem wspierającym myślenie matematyczne, ale sam także musi być przez matematyczne myślenie wspierany.**

W tym celu uczniowie muszą mieć w procesie kształcenia okazję do poznawania i stosowania różnych sposobów rozumowania i wnioskowania typowych dla matematycznej twórczości – do rozumowania indukcyjnego i dedukcyjnego, uogólnienia i specyfikacji, do dostrzegania i wykorzystywania prawidłowości, do rozumowania przez analogię<sup>8</sup>.

Podstawa programowa kształcenia ogólnego z 23 grudnia 2008 roku (Dz. U. z 2009 r. Nr 4, poz. 17), wśród wymagań ogólnych z zakresu matematyki wymienia m.in. wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji, modelowanie matematyczne, użycie i tworzenie strategii oraz rozumowanie i argumentację. Wszystkie te cele kształcenia wiążą się ze stopniowym pogłębianiem rozumienia symbolicznego języka matematyki i rozwijaniem umiejętności posługiwania się nim, ze stopniowym rozwojem matematycznego myślenia uczniów.

**Celem tego projektu jest rozwinięcie i wzmocnienie podstaw niezbędnych do realizacji tych celów.**

#### ***Proponowane pomoce i metody:***

Jak już wcześniej wspomnieliśmy, w szkole najwięcej uwagi poświęca się reprezentacji symbolicznej. Zabiegi pedagogiczne nauczycieli zmierzają do udoskonalenia tylko takiego sposobu kodowania informacji. Tymczasem m.in. J. Bruner zwraca uwagę na fakt, jak ogromnie ważne dla rozwoju dziecka jest właściwe przejście od działania do obrazu i symbolu. Jak istotne jest zaangażowanie w ten proces samego ucznia. Gdy nauczyciel narzuca wykorzystywane reprezentacje, nawet reprezentację ikonyczną, pojawia się niebezpieczeństwo, że dzieci będą przyjmować bezkrytycznie informacje zawarte w obrazach oraz symbolach i wytwarzać sobie w efekcie błędne reprezentacje. Staną się „niewolnikami obrazu”, który często okazuje się dla nich symbolem, a nie czytelną i zrozumiałą ikoną.

Tak się dzieje np. w klasach początkowych z grafami, czyli graficznymi ilustracjami odwrotności działań arytmetycznych (dodawania i odejmowania; mnożenia i dzielenia). Rysowanie grafów mających uzmysłowić dzieciom mechanizm wykonywania działań oraz ich wzajemne zależności, w szkolnej praktyce przekształca się w instrument, który nie pogłębia rozumienia dodawania czy odejmowania, ale staje się celem sam w sobie. Grafy są przyswajane dla grafów, a nie po to, żeby zrozumieć matematyczne pojęcia.

Dzieci rysują grafy, które stały się dla nich trudnymi symbolami, w sposób automatyczny, nie zastanawiając się nad ich znaczeniem i nie rozumiejąc ich, bo nie uczestniczyły w konstruowaniu tej reprezentacji. Została ona im narzucona w gotowej postaci do zapamiętania.

Inny przykład fałszywych reprezentacji ikonicznych tworzonych w umysłach uczniów na podstawie szkolnych doświadczeń podaje J. Kruk<sup>9</sup>. Gdy sformułujemy pytanie: *Czy z dowolnych trzech odcinków można*

---

<sup>7</sup> por. M. Dąbrowski (red.), *op.cit.*

<sup>8</sup> por. np. G. Polya, *Jak to rozwiązać?* Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1993, wyd. II.

<sup>9</sup> J. Kruk, *Przestrzeń i rzecz jako środowisko uczenia się*. W: *Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania* (red.) D. Klus-Stańska, M. Szczepka-Pustkowska. WAIp Warszawa 2009

*zbudować trójkąt?* większość dzieci odpowiada na to pytanie twierdząco, także studenci pedagogiki mają podobne zdanie w tej kwestii. Autorka przypuszcza, że jest to efekt doświadczeń szkolnych związanych z kształtowaniem pojęcia trójkąta. Nauczyciel rysując na tablicy trójkąt z wykorzystaniem trzech odcinków za każdym razem, gdy to czynił, odnosił sukces. Poprzez pryzmat takiego doświadczenia edukacyjnego w uczniach powstał fałszywy obraz pojęcia trójkąta. Gdyby otrzymały wcześniej możliwość manipulowania konkretnymi reprezentacjami odcinków, szybko odkryłyby zasadę, która doprowadziłaby ich do samodzielnego odkrycia warunku trójkąta.

Problem wspierania przejścia od etapu działaniowego do obrazowego i od obrazowego do symbolicznego bardzo dobrze ilustrują wyniki badań brazylijskich dzieci ulicy. Na co dzień stykają się one z rachunkami podczas handlowania, dokonywania różnych transakcji. Poznają więc elementy wiedzy matematycznej w kontekście, w konkretnym działaniu. Ale to nie wystarcza, aby uogólnić te umiejętności na inne sytuacje i problemy, aby przenieść się łatwo do fazy obrazowej i symbolicznej. Wykonywanie prostszych operacji na papierze w szkole często sprawia im wiele trudności. Konieczne jest bowiem zbudowanie „rusztowania” między wiedzą proceduralną („wiem, jak”) a deklaratywną („wiem, że”). Wiedzę deklaratywną uczeń zdobywa w szkole, czerpie ją z podręcznika, prezentuje mu ją nauczyciel, jest ona zewnętrzna, niezwiązana z jego doświadczeniem. Aby stała się jego wiedzą, uczeń musi mieć szansę na jej skonstruowanie. Ekspozycja wyłącznie wiedzy deklaratywnej powoduje, że uczeń uczy się, jak odtwarzać czyjąś wiedzę, nie uczy się, jak ją tworzyć<sup>10</sup>.

J. Piaget<sup>11</sup> eksponuje w swojej koncepcji rozwoju poznawczego własną aktywność dziecka w interakcji z otoczeniem. L.S. Wygotski<sup>12</sup> dodaje, że w tym procesie konstruowania wiedzy ważną rolę odgrywa kontekst społeczny, dziecko uczy się z innymi, dorosłymi i rówieśnikami czy kolegami.

Podane powyżej argumenty psychologiczne i pedagogiczne wskazują jak ważne w procesie rozwoju myślenia matematycznego, dla konstruowania wiedzy w tym zakresie jest uwzględnienie w procesie edukacyjnym tworzenia środowiska, które będzie wspierać zmianę rozwojową. Szczególną rolę odgrywa tutaj nowoczesne rozumienie metody pogładowej, która nie jest tylko sposobem ilustrowania pojęć, ale daje możliwość ich zrozumienia poprzez aktywną działalność badawczą i eksperymentowanie uczniów.

Piktogramy dają taką szansę, są bowiem znakami graficznymi, w których zamknięta jest określona treść. Są elementem codziennej rzeczywistości, otaczającej nas kultury obrazkowej, stanowią środek komunikowania się, który został społecznie zaakceptowany, bo jest ekonomiczny i przejrzysty. Nie jest to więc typ obrazu abstrakcyjnego, bez związku z rzeczywistością. Dzieci stykają się z piktogramami na co dzień (prognoza pogody, znaki drogowe, ikony w komputerach, telefonach komórkowych, ...), mają więc one umocowanie w ich wiedzy potocznej, z którą przychodzą do szkoły.

Piktogramy mogą wzmocnić efektywność reprezentacji ikonicznej w procesie konstruowania wiedzy, ułatwić przejście od ikon do symboli. Uzupełniają reprezentację ikoniczną o dodatkowy element obrazowy, który odpowiednio wykorzystany w szkole może stać się ważnym czynnikiem w procesie kształtowania pojęć. Cechą charakterystyczną pracy z piktogramami na różnych szczeblach edukacji jest traktowanie tego materiału dydaktycznego jako punktu wyjścia do podejmowania przez uczniów samodzielnych działań związanych z konstruowaniem i negocjowaniem znaczenia, syntetyzowaniem i uogólnianiem wiedzy związanej z konkretnymi działaniami, uogólnianiem procedur, które dotychczas były pozamykane w kontekstach konkretnych działań. Piktogramy samodzielnie tworzone przez dziecko uruchamiają myślenie i postawę badawczą w procesie konstruowania pojęć. Przełamują więc tradycyjne ujęcie zasady pogładowości, które eksponuje przede wszystkim ilustratywność w procesie kształtowania wiedzy.

---

<sup>10</sup> D. Klus-Stańska, Wiedza i sposoby jej nabywania. W : Pedagogika wczesnoszkolna – dyskursy, problemy, rozwiązania, (red.)

D Klus-Stańska, M. Szczepska-Pustkowska. WAIp Warszawa 2009

<sup>11</sup> J. Piaget, Mowa i myślenie dziecka. PWN Warszawa 2009

<sup>12</sup> L.S. Wygotski, Myślenie i mowa. PWN Warszawa 1989

Współczesna psychologia i pedagogika podkreślają szczególne znaczenie aktywności intelektualnej ucznia w procesie kształcenia dla jakości uzyskiwanych efektów<sup>13</sup> – i to na każdym jego etapie, niezależnie od wieku ucznia. Dlatego też w przygotowywanych w ramach projektu propozycjach dydaktycznych przeważać będą te formy i metody pracy nauczyciela, które w naturalny sposób uruchamiają i wspierają aktywność intelektualną uczniów i pobudzają jego motywację do uczenia się. Dominować w nich będą:

- praca w parach i w większych grupach, które aktualnie są prawie nieobecne na lekcjach, podczas gdy to te formy właśnie najskuteczniej zachęcają uczniów do aktywności i budują silną motywację do uczenia się<sup>14</sup>;
- sytuacje dydaktyczne o realistycznym, z punktu widzenia uczniów, kontekście, pobudzające i rozwijające twórcze myślenie uczniów;
- sytuacje problemowe, nie tylko o matematycznym charakterze, stawiające uczniom wyzwania na miarę ich rzeczywistych możliwości i uruchamiające różne typy rozumowań matematycznych.

---

<sup>13</sup> por. np. D. Klus-Stańska, M. Nowicka, *Sensy i bezsensy edukacji wczesnoszkolnej*, WSiP, Warszawa 2005.

<sup>14</sup> por. np. J. Brophy, *Motywowanie uczniów do nauki*, WN PWN, Warszawa 2002.

## **Oczekiwane efekty projektu a podstawa programowa kształcenia ogólnego:**

Proponowane w projekcie rozwiązania będą budować dobre podstawy do

- rozwijania wyszczególnionych w zapisach podstawy programowej najważniejszych umiejętności zdobywanych przez uczniów na I, II i III etapie edukacyjnym:
  - myślenia matematycznego, czyli umiejętności korzystania z podstawowych narzędzi matematyki w życiu codziennym, prowadzenia elementarnych rozumowań matematycznych oraz formułowania sądów opartych na rozumowaniu matematycznym;
  - umiejętności pracy zespołowej;
- faktycznej realizacji ogólnych celów kształcenia matematycznego, a w szczególności:
  - na I etapie kształcenia: wyposażenie dziecka w wiadomości i umiejętności matematyczne potrzebne w sytuacjach życiowych i szkolnych oraz przy rozwiązywaniu problemów;
  - na II etapie kształcenia: wykorzystywania i tworzenia informacji, modelowania matematycznego oraz rozumowania i tworzenia strategii;
  - na III etapie kształcenia: wykorzystywania i tworzenia informacji, wykorzystywania i interpretowania reprezentacji, modelowania matematycznego, użycia i tworzenia strategii oraz rozumowania i argumentacji.
- oraz realizacji wyszczególnionych w podstawie programowej następujących zadań szkoły:
  - rozwijania predyspozycji i zdolności poznawczych dziecka;
  - zapewnienia dziecku warunków do działania indywidualnego i zespołowego,
  - rozwijania samodzielności, aktywności badawczej, a także działalności twórczej;
  - kształtowania u uczniów postaw takich jak: ciekawość poznawcza, kreatywność, przedsiębiorczość, gotowość do uczestnictwa w kulturze oraz pracy zespołowej.

## **Odbiorcy projektu:**

Odbiorcami projektu są:

- uczniowie klas 1-3 – podczas zajęć zintegrowanych oraz zajęć zwiększających szanse edukacyjne;
- uczniowie klas 4-6 – podczas wybranych lekcji matematyki oraz zajęć zwiększających szanse edukacyjne;
- uczniowie klas 1-3 gimnazjum mający trudności w nauce – podczas zajęć zwiększających szanse edukacyjne.

Dla zwiększenia zainteresowania naukami matematycznymi oraz poprawienia wyników egzaminów zewnętrznych właśnie praca z uczniami, którzy mają trudności w uczeniu się matematyki ma najistotniejsze znaczenie – i to na każdym etapie kształcenia.

## **Innowacyjność:**

Prezentowany projekt stanowi nowe podejście do procesu kształtowania pojęć i konstruowania wiedzy przez dzieci na różnych etapach kształcenia. Dostarcza bowiem środka dydaktycznego, który pozwoli wzbogacić środowisko wspierające uczenie się o czynnik prowokujący do aktywności poznawczej, myślenia i działania (manipulowania) materiałem obrazowym, a nie tylko odtwarzania narzuconych przez dorosłych znaczeń.

W ten sposób łatwiej nauczyciel będzie mógł zbudować pomost między wiedzą proceduralną dziecka a wiedzą deklaratywną, a tym samym wspierać go w budowaniu rozumienia pojęć matematycznych.

W procesie konstruowania wiedzy ważne są cztery elementy:

- pobudzanie aktywności ucznia,
- uwzględnianie dotychczas zdobytej przez dziecko wiedzy (doświadczenie poznawcze),
- prowokowanie sytuacji konfliktu poznawczego,
- wykorzystywanie społecznego aspektu uczenia się.

### **Projekt wszystkie te elementy uwzględnia i wzmacnia ich obecność w polskiej szkole.**

Piktogramy Asylco i proponowany sposób ich edukacyjnego wykorzystania pozwala podejmować działania służące tworzeniu wiedzy, bowiem aktywizuje uczniów, skłania do rozwiązywania problemów we współpracy z innymi, eksperymentowania, badania, komunikowania się. Stwarza okazję do zaistnienia tutoringu rówieśniczego – rówieśnik może być osobą wspierającą rozwój poznawczy, często efektywniej niż nauczyciel. Takie podejście do edukacji jest rzadko obecne w polskiej szkole.

Zastosowanie piktogramów w edukacji może stanowić znaczące wsparcie dla uczniów mających trudności w rozumieniu języka symbolicznego i opanowaniu pojęć matematycznych. **Wykorzystanie piktogramów wypełnia lukę między aktywnością na materiale konkretnym a działaniami na symbolach.** Dzięki użyciu piktogramów na zajęciach lekcyjnych i wyrównawczych, nauczyciel może pomagać dzieciom w budowaniu rozumienia matematyki i wykorzystywaniu jej w sytuacjach konkretnych, związanych z życiem codziennym.

Jeszcze jedną ważną cechą tego projektu, która stanowi o jego oryginalności jest możliwość jego wykorzystania w edukacji medialnej. Okazje do konstruowania i negocjowania znaczeń, związane z projektowaniem piktogramów i manipulowaniem nimi to nic innego, jak praktyczna lekcja rozumienia komunikatu wizualnego. Jak zauważa W. Godzic: „otaczające nas obrazy – w szczególności produkty mediów elektronicznych – są pełne znaczeń, których konstruowania trzeba się uczyć. (...), w tym procesie powinna uczestniczyć szkoła – a kto wie, czy nie powinna ona przyjąć, że jest to najważniejszy obszar jej oddziaływania”<sup>15</sup>.

---

<sup>15</sup> W. Godzic, *Rozdroża edukacji medialnej*. W: *Pedagogika @środki informatyczne i media*, (red.) M. Tanaś, Impuls, Warszawa-Kraków 2004.

***Planowane produkty projektu:***

Trzy pakiety propozycji dydaktycznych – po jednym dla I, II oraz III etapu kształcenia – każdy obejmujący:

- poradnik dla nauczycieli prezentujący m.in. filozofię edukacyjną projektu;
- scenariusze zajęć;
- materiały dydaktyczne zawierające karty pracy, zestawy pomocy dla ucznia i nauczyciela, programy komputerowe, zestawy gier dydaktycznych.

Obudowa badawcza wraz z publikacjami naukowymi.

Propozycja szkoleń dla nauczycieli.

Propozycja zajęć dla uczelni kształcących nauczycieli.

Konferencje oraz strona internetowa upowszechniające cele i wyniki projektu.